**Лабораторная работа № 4**

**РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА**

**Цель работы:** получить навык численного решения краевых задач для уравнений гиперболического типа на примере начально-краевой задачи для линейного одномерного уравнения переноса и линейного одномерного неоднородного волнового уравнения.

**Задания на лабораторную работу**

***I. Начально-краевая задача для уравнения переноса***

Рассматривается простейшая линейная одномерная задача для уравнения переноса:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |
|  | (2) |
|  | (3) |

Параметры задачи выбираются в соответствии с индивидуальным заданием (Таблица 1). Начальное и граничные условия, а также функция восстанавливаются по заданному точному решению.

***Задача 1 (2 балла).***

1. Написать вычислительную программу на языке программирования C++ решения задачи (1)-(3) с использованием явной конечно-разностной схемы с шаблоном «левый уголок» на равномерной пространственно-временной сетке.
2. Непосредственными расчетами продемонстрировать условную устойчивость схемы и справедливость условия устойчивости.
3. Исследовать зависимость решения от величины шагов сетки по пространственной и временной переменным посредством сравнения с построенным аналитическим решением. Построить графики зависимости погрешности, оцениваемой в равномерной норме по пространственной переменной, от времени и шагов сетки.

***Задача 2 (2 балла).***

1. Написать вычислительную программу на языке программирования C++ решения задачи (1)-(3) с использованием неявной конечно-разностной схемы с шаблоном «левый уголок» (схема «бегущего счета») на равномерной пространственно-временной сетке.
2. Выполнить сравнение точности получаемого решения по двум схемам с использованием точного решения. Построить графики погрешностей как функций координат и времени, а также графики норм погрешностей как функций шагов сетки.

***Индивидуальные задания к задаче* 1**

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № |  |  |  |  | Точное решение ЭТО НЕ |
| 1 | 0 | 5 | 2 | 3 |  |
| 2 | 0 | 5 | 3 | 1 |  |
| 3 | 0 | 5 | 5 | 1 |  |
| 4 | 0 | 4 | 3 | 1 |  |
| 5 | 0 | 4 | 3 | 2 |  |
| 6 | 0 | 2 | 3 | 1 |  |
| 7 | 0 | 2 | 10 | 1 |  |
| 8 | 0 | 1 | 2 | 3 |  |
| 9 | 0 | 2 | 3 | 1 |  |
| 10 | 0 | 2 | 2 | 1 |  |

***II. Начально-краевая задача для волнового уравнения***

Рассматривается начально-краевая задача для линейного одномерного волнового уравнения с источником:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |
|  | (6) |
|  | (7) |
|  | (8) |
|  | (9) |

Параметры задачи выбираются в соответствии с индивидуальным заданием (Таблица 2). Аналитическое решение задачи строится по формуле Даламбера для всей оси , функции вычисляются по аналитическому решению для заданного в таблице вида граничных условий.

***Задача 3 (2 балла).***

1. Написать вычислительную программу на языке программирования C++ решения задачи (5)-(9) с использованием явной разностной схемы на равномерной пространственно-временной сетке.
2. Непосредственными расчетами продемонстрировать условную устойчивость схемы и справедливость условия устойчивости.
3. Исследовать зависимость решения от величины шагов сетки по пространственной и временной переменным посредством сравнения с построенным аналитическим решением. Построить графики погрешностей как функций координат и времени, а также графики норм погрешностей как функций шагов сетки.

***Задача 4 (2 балла).***

1. Написать вычислительную программу на языке программирования C++ решения задачи (5)-(9) с использованием неявной разностной схемы с весами на равномерной пространственно-временной сетке.
2. Непосредственными расчетами продемонстрировать условную устойчивость схемы и справедливость условия устойчивости.
3. Исследовать зависимость решения от величины шагов сетки по пространственной и временной переменным посредством сравнения с построенным аналитическим решением. Построить графики погрешностей как функций координат и времени, а также графики норм погрешностей как функций шагов сетки.

***Задача 5 (2 балла).***

1. Написать вычислительную программу на языке программирования C++ решения задачи (5)-(9) по схеме повышенного порядка аппроксимации на равномерной сетке.
2. Выполнить сравнение точности получаемого решения с использованием точного решения. Построить графики погрешностей как функций координат и времени, а также графики норм погрешностей как функций шагов сетки.

***Индивидуальные задания к задаче* 2**

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  в-та |  |  |  |  | Граничные условия |
| 1 | *1* |  |  |  | , |
| 2 | *4* |  |  |  | , |
| 3 | *1* |  |  |  | , |
| 4 | *1* |  |  |  |  |
| 5 | *9* |  |  |  |  |
| 6 | *4* |  |  |  |  |
| 7 | *1* |  |  |  |  |
| 8 | *1* |  |  |  |  |
| 9 | *4* |  |  |  |  |
| 10 | *1* |  |  |  |  |
| 11 | *1* |  |  |  |  |
| 12 | *9* |  |  |  |  |
| 13 | *4* |  |  |  |  |
| 14 | *1* |  |  |  |  |
| 15 | *1* |  |  |  |  |

**Теоретическая часть**

|  |  |
| --- | --- |
| *Номер задачи* | *Литература* |
| 1 | [1] глава Х, §1, п.1,2 [2] Гл.V §5 п.1,3 |
| 2 | [1] глава Х, §1, п.1,2 [2] Гл.V §5 п.3 |
| 3 | [1] глава ХIII, §1, п.2 [2] Гл.V §6 п.1 |
| 4 | [2] Гл.V §6 п.1 |

1. Калиткин Н.Н. Численные методы.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем

***По каждой решенной задаче в обязательном порядке оформляется отчет. Лабораторная работа считается выполненной, если набрано 6 и более баллов.***